

تمرین سری دوم مکانیک سیالات پیشرفته

۱- تابع جریان در مختصات کروی با محور تقارن کارتزینی  $Z$  برای جریان یکنواخت، چشمه یا چاه، دوپلت را محاسبه کنید

۲- نشان دهید که حل معادله حاکم بر جریان یک سیال ایده ال می تواند حل معادله استوکس باشد به شرط آن که فشار در تمام سیال مقدار ثابتی باشد

۳- نشان دهید تابع جریان  $\psi$  در مختصات کروی با محور تقارن کارتزینی  $Z$  باید معادله زیر را ارضا نماید

$$\sin\theta \frac{\partial}{\partial\theta} \left( \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial\psi}{\partial\theta} \right) + r^2 \frac{\partial^2\psi}{\partial r^2} = 0.0$$

با حل این معادله دیفرانسیل نشان دهید که جواب عمومی آن به صورت زیر است

$$\psi(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{\sin\theta}{r^n} \frac{d}{d\theta} [P_n(\cos\theta)]$$

حال به کمک این پاسخ توابع جریان برای جریان یکنواخت، چشمه یا چاه و دوپلت را بدست آورید.

۴- یک جریان پتانسیل سه بعدی دارای یک Source با قدرت  $Q$  در فاصله  $L$  و یک Sink با قدرت  $Q^*$  در فاصله  $a^2/L$  و یک Line Source با قدرت  $q$  به طول  $a^2/L$  (مطابق شکل) است. نشان دهید هر گاه  $\psi=0$  باشد جریان حاصل متعلق به یک کره به شعاع  $a$  در مرکز مبدا مختصات می باشد. مقادیر  $Q$ ،  $Q^*$  و  $q$  را بدست آورید.

